

CHAPITRE : proportionnalité (partie 1) et application aux pourcentages

SAVOIR-FAIRE À ACQUÉRIR

- Comprendre ce que représente une situation de proportionnalité et savoir la modéliser.
- Savoir utiliser la technique des produits en croix pour répondre à des problèmes de proportionnalité.
- Savoir ce qu'est un pourcentage.
- Savoir calculer un poucentage d'une quantité et utiliser les pourcentages dans un contexte de proportionnalité.

Plan du cours

1	QUANTITÉS PROPORTIONNELLES	1
2	ÉGALITÉ DES RAPPORTS ET PRODUIT EN CROIX	2
3	POURCENTAGE	3
	3.1 Définition	3
	3.2 Applications	3

1 QUANTITÉS PROPORTIONNELLES

DÉFINITION. (*Quantités proportionnelles*)

.....

.....

.....

.....

MÉTHODE. Pour représenter une situation de proportionnalité, on utilise un **tableau de proportionnalité**. C'est un tableau qui se compose ainsi :

- Les lignes représentent les quantités proportionnelles.
- Les colonnes sont utilisées pour les données de la situation.
- Dans la première colonne, on écrit les quantités proportionnelles étudiées ainsi que leur unité (si elles en ont).

Lorsque nous sommes dans un problème de proportionnalité, on est amené à devoir calculer des nouvelles quantités. Pour ce faire, on peut utiliser plusieurs techniques de « calcul » sur un tableau de proportionnalité.

EXEMPLE : En travaillant 5 jours, Victor a gagné 280 euros. Répondre aux questions en utilisant différentes techniques.

1. Combien gagnera-t-il en 7 jours ? en 12 jours ? 20 jours ?
2. Combien de jours devra-t-il travailler pour gagner 1680 euros ?

2 ÉGALITÉ DES RAPPORTS ET PRODUIT EN CROIX

Comme nous étudions des situations de proportionnalité, nous avons que les **proportions** entre les deux quantités sont préservées :

PROPRIÉTÉ. (*Égalité des produits en croix*)

On considère une situation de proportionnalité entre deux quantités donnée par le tableau de proportionnalité suivant

Quantité 1	a	b
Quantité 2	c	d

L'égalité des produits en croix nous permet de calculer une 4ème donnée lorsqu'on en possède déjà 3 ; on parle de la *quatrième proportionnelle*.

EXEMPLES :

- On considère la situation de proportionnalité entre le salaire d'un employé et le nombre d'heures travaillées. On cherche quel est le salaire de cet employé pour 35 heures de travail sachant qu'il gagne 300 euros. On note s ce salaire pour 35h.

On a le tableau de proportionnalité suivant :

Nb heures travaillées	6	35
Salaire (euro)	300	s

L'égalité des produits en croix nous donne :

Ainsi, pour trouver s , on fait :

Donc

- On considère la situation de proportionnalité suivante. On sait qu'avec 5L de peinture, on peut peindre une surface de 12m^2 . En utilisant la technique des produits en croix, quelle surface peut-on peindre avec 17 litres de peinture ?

3 POURCENTAGE

3.1 Définition

DÉFINITION. (*Pourcentage*)

EXEMPLES :

1. $35\% = \frac{35}{100}$	2. $\frac{12}{100} = 12\%$	3. $0,17 = \frac{17}{100} = 17\%$	4. $\frac{4}{50} = \frac{8}{100} = 8\%$
----------------------------	----------------------------	-----------------------------------	---

Comme pour les exemples précédents, écrire les nombres suivants sous forme de pourcentage :

1. $\frac{12,5}{100} = \dots\dots$	3. $\frac{7}{10} = \dots\dots$	5. $3 = \dots\dots$	7. $\frac{70}{50} = \dots\dots$
2. $0,34 = \dots\dots$	4. $0,05 = \dots\dots$	6. $\frac{10}{25} = \dots\dots$	8. $\frac{12}{20} = \dots\dots$

REMARQUE FONDAMENTALE. Un pourcentage est utilisé pour représenter **une proportion par rapport à 100 unités** de la quantité étudiée. Par exemple :

1. Dans collège, il y a 35% d'élèves demi-pensionnaires : cela signifie que pour 100 élèves, 35 sont demi-pensionnaires.
2. Dans l'air, il y a environ 21% d'oxygène : cela signifie que pour 100 grammes d'air, on trouve 21 grammes d'oxygène ; ou encore pour 100 litres d'air, il y aura 21 litres d'oxygène.

3.2 Applications

⇒ **APPLICATION 1 :** APPLIQUER UN POURCENTAGE À UN NOMBRE.

Pour calculer 30% de 60. Pour ce faire, il faut **multiplier** 60 par 30% :

$$60 \times \frac{30}{100} = 60 \times 0,3 = 18$$

ASTUCE. Pour multiplier par 0,4, par exemple, on peut remarquer que $0,4 = 0,1 \times 4$... *À méditer.*

REMARQUE. Prendre 50% d'un nombre revient à prendre la moitié. Prendre 25% d'un nombre revient à prendre le quart.

EXEMPLE : Calculer de tête les quantités suivantes.

1. 20% de 50 :

6. 25% de 130 :

2. 100% de 54,6 :

7. 40% de 150 :

3. 10% de 12,7 :

8. 30% de 25 :

4. 50% de 70 :

9. 80% de 12 :

5. 200% de 40 :

⇒ **APPLICATION 2** : UTILISER DES POURCENTAGES DANS UNE SITUATION DE PROPORTIONNALITÉ.

Par exemple, grâce à une étude, on sait que dans un avion il y a en moyenne 15% de places en classe affaire. Combien y a-t-il de places en classe affaire dans un avion de 280 places ?

Puisque nous sommes en situation de proportionnalité, nous utilisons un tableau :

EXEMPLE : Dans un village, une enquête journalistique a été menée. 60% des 135 familles du villages sont favorables à un projet de construction.

Combien de famille exactement sont favorables à ce projet ?