Mathématiques **Nom & prénom & classe :**

Interrogation - Calcul littéral et racine *(Calculatrice interdite)*

L'orthographe, la rédaction et la présentation seront prises en compte. Toute réponse devra être justifiée.

EXERCICE 1 : **(6 pts)** *Questions de cours.*

1. Décrire le nombre suivant par une phrase : $\sqrt{235,1}$.
2. Citer 3 carrés parfaits supérieurs à 125.
3. On donne l'égalité suivante $(-2,4)^2 = 5,76$. Est-ce alors vrai que $\sqrt{5,76} = -2,4$? **JUSTIFIER**
4. Citer un nombre qui n'a pas de racine carrée. **JUSTIFIER**
5. Donner la définition de **RÉDUIRE**.

EXERCICE 2 : **(7 pts)** *Calcul littéral.*

1. Recopier sur la copie puis développer et réduire les expressions suivantes en détaillant les étapes.
   (a) $A = 7(a-3) - 32a$
   (b) $B = -3t(9+t) + t^2$
   (c) $C = -2y(-\sqrt{5} - y^2) - y^3 + \sqrt{5}y$
   (d) $D = \sqrt{2}(3x - \sqrt{2}) + 7\sqrt{2}x$
2. Montrer que l'expression littérale suivante vaut 0 pour tout nombre y.

$$A = 2\sqrt{3}y + 29 - \sqrt{3} \times (7y + \sqrt{3}) - 2\sqrt{169} + 5\sqrt{3}y$$

EXERCICE 3 : **(10 pts)** *Racine carrée.*

1. Recopier sur la copie et compléter, si possible, les égalités suivantes.
   (a) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots} = 9$
   (b) $\sqrt{121} = \ldots$
   (c) $\sqrt{10^2} = \ldots$
   (d) $\sqrt{144}^2 = \ldots$
   (e) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots} = -16.$
   (f) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots}^2 = 7$
   (g) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots}^2 = \sqrt{20}.$
   (h) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots - 12} = 12$
2. Recopier sur la copie puis donner le résultats des calculs suivants en valeur exacte en détaillant les étapes.
   (a) $A = 4\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + 10\sqrt{5}.$
   (b) $B = 3 \times 2\sqrt{6} - 9\sqrt{6}.$
   (c) $C = (7\sqrt{10})^2.$
   (d) $D = 3\sqrt{8} \times 2\sqrt{8}.$
   (e) $E = (-2\sqrt{12})^2 - \sqrt{12} \times 3\sqrt{12}$
   (f) $F = -10\sqrt{13} + 17,5\sqrt{17} - 5,2\sqrt{13} + 32\sqrt{17}.$

Interrogation - Calcul littéral et racine

EXERCICE 4 : **(4 pts)** *Racine carrée plus difficile.*

On considère le produit suivant :

$$A = (6 - \sqrt{50}) \times (\sqrt{55} - 3)$$

Le but de l'exercice est de déterminer le signe de ce produit.

1. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\sqrt{50}$. **JUSTIFIER.**
2. En déduire que $6 - \sqrt{50}$ est un nombre négatif. **JUSTIFIER.**
3. En s'inspirant des questions précédentes, déterminer le signe du produit A. **JUSTIFIER.**

EXERCICE 5 : **(2 pts)** *Racine carrée plus difficile.*

On note le nombre $X = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$.

QUESTION : Montrer que X^2 est un nombre entier. **Tout début convenable de réponse sera valorisé.**

Indication : On donne les formules suivantes valables pour tout nombre a et b :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad ; \quad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$$

Sujet 1

Exo 1 :

1) C'est le nombre qui élevé au carré vaut 235,1.

2) COURS.

3) Faux. La racine carrée d'un nombre doit être positive.

4) -2 car les nombres negatifs n'ont pas de racine carrée.

5) COURS.

Exo 2 :

$A = 7(a-3) - 32a = 7 \times a - 7 \times 3 - 32a = 7a - 21 - 32a = -25a - 21.$

$B = -3t(9+t) + t^2 = -3t \times 9 + (-3t) \times t + t^2$

$= -27t - 3t^2 + t^2 = -2t^2 - 27t.$

$C = -2y(\sqrt{5} - y^2) - y^3 + \sqrt{5}y$

$= -2y\sqrt{5} - (2y) \times y^2 - y^3 + \sqrt{5}y = -2\sqrt{5}y - 2y^3 - y^3 + \sqrt{5}y$

$= -y^3 - \sqrt{5}y.$

$D = \sqrt{2}(3x - \sqrt{2}) + 7\sqrt{2}x = \sqrt{2} \times 3x - \sqrt{2} \times \sqrt{2} + 7\sqrt{2}x$

$= 3\sqrt{2}x - (\sqrt{2})^2 + 7\sqrt{2}x$

$= 10\sqrt{2}x - 2.$

2) Soit y un nombre quelconque.

$$A = 2\sqrt{3}y + 29 - \sqrt{3}\times(7y+\sqrt{3}) - 2\sqrt{169} + 5\sqrt{3}y$$
$$= 2\sqrt{3}y + 29 - \sqrt{3}\times 7y + (-\sqrt{3})\times\sqrt{3} - 2\sqrt{169} + 5\sqrt{3}y$$
$$= \underline{2\sqrt{3}y} + 29 - 7\sqrt{3}y - \sqrt{3}^2 - 2\times 13 \underline{+5\sqrt{3}y}$$
$$= 7\sqrt{3}y - 7\sqrt{3}y + 29 - 3 - 26$$
$$= 0$$

Ainsi, pour tout y, on a $A = 0$.

Exo 3 :

1) a) $\sqrt{81} = 9$

b) $\sqrt{121} = 11$

c) $\sqrt{10^2} = 10$

d) $\sqrt{144}^2 = 144$

e) Impossible

f) $\sqrt{7}^2 = 7$

g) $\sqrt{\sqrt{20}}^2 = \sqrt{20}$

h) $\sqrt{156-12} = 12$.

2) $A = 4\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + 10\sqrt{5} = -\sqrt{5} + 10\sqrt{5} = \underline{9\sqrt{5}}$.

$B = 3\times 2\sqrt{6} - 9\sqrt{6} = 6\sqrt{6} - 9\sqrt{6} = \underline{-3\sqrt{6}}$.

$C = (7\sqrt{10})^2 = 7\sqrt{10}\times 7\sqrt{10} = 7\times\sqrt{10}\times 7\times\sqrt{10}$
$= 7\times 7\times\sqrt{10}\times\sqrt{10} = 49\times\sqrt{10}^2$
$= 49\times 10 = \underline{490}$.

$D = 3\sqrt{8}\times 2\sqrt{8} = 3\times\sqrt{8}\times 2\times\sqrt{8}$
$= 3\times 2\times\sqrt{8}\times\sqrt{8} = 6\times\sqrt{8}^2 = 6\times 8 = \underline{48}$.

$E = (-2\sqrt{12})^2 - \sqrt{12} \times 3\sqrt{12}$

$= -2\sqrt{12} \times (-2\sqrt{12}) - 3 \times \sqrt{12} \times \sqrt{12}$

$= -2 \times (-2) \times \sqrt{12} \times \sqrt{12} - 3 \times \sqrt{12}^2$

$= 4 \times (\sqrt{12})^2 - 3 \times 12 = 4 \times 12 - 36 = 48 - 36 = \underline{12}.$

$F = -10\sqrt{13} + 17{,}5\sqrt{17} - 5{,}2\sqrt{13} + 32\sqrt{17}$

$= \underline{-15{,}2\sqrt{13} + 49{,}5\sqrt{17}}.$

Exercice 4 :

1) On a $49 < 50 < 64$ (carrés parfaits)
Donc $\sqrt{49} < \sqrt{50} < \sqrt{64}$.
Ainsi $\underline{7 < \sqrt{50} < 8}$.

2) $\sqrt{50}$ est un nombre compris entre 7 et 8. Il est donc strictement plus grand que 6.
Ainsi, la différence $6 - \sqrt{50}$ est négative.

3) On a ~~...~~ $49 < 55 < 64$ donc $\sqrt{49} < \sqrt{55} < \sqrt{64}$
et ainsi $\cancel{7 < \sqrt{55} < \sqrt{64}}$. $7 < \sqrt{55} < 8$.
Donc $\sqrt{55}$ est strictement plus grand que 3 donc $\sqrt{55} - 3$ est positif.

↳

le nombre A est le produit d'un nombre positif $(\sqrt{55}-3)$ par un nombre negatif $(6-\sqrt{50})$, A est donc negatif grâce à la règle des signes.

<u>Exercice 5</u>: On va se servir des 3 formules données:

$$X^2 = \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^2$$

3ème formule avec $a = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ et $b = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

$$= \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2 - 2 \times \underbrace{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}_{a} \times \underbrace{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}_{b} + \left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^2$$

2ème formule. $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

$$= 3-2\sqrt{2} - 2\sqrt{(3-2\sqrt{2}) \times (3+2\sqrt{2})} + 3+2\sqrt{2}$$

1ère formule avec $a = 3$ et $b = 2\sqrt{2}$

$$\cancel{= 6 - 2\sqrt{\quad}}$$

$$= 6 - 2\sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2}$$

$$= 6 - 2\sqrt{9 - 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}}$$

$$= 6 - 2\sqrt{9 - 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= 6 - 2\sqrt{9 - 4 \times \sqrt{2}^2}$$

$$= 6 - 2\sqrt{9 - 4 \times 2}$$

$$= 6 - 2\sqrt{9-8} = 6 - 2\sqrt{1}$$

$$= 6 - 2 = \underline{4}$$

Ainsi X^2 est un entier et vaut 4

Mathématiques **Nom & prénom & classe :**

Interrogation - Calcul littéral et racine. *(Calculatrice interdite)*

L'orthographe, la rédaction et la présentation seront prises en compte. Toute réponse devra être justifiée.

<u>Exercice 1</u> : (6 pts) *Questions de cours.*

1. Décrire le nombre suivant par une phrase : $\sqrt{77,7}$.
2. On donne l'égalité suivante $(-1,2)^2 = 1,44$. Est-ce alors vrai que $\sqrt{1,44} = -1,2$? **JUSTIFIER**
3. Citer 3 carrés parfaits inférieurs à 120 et supérieurs à 20.
4. Donner la définition de **SIMPLIFIER**.
5. Citer un nombre qui n'a pas de racine carrée. **JUSTIFIER**

<u>Exercice 2</u> : (7 pts) *Calcul littéral.*

1. Recopier sur la copie puis développer et réduire les expressions suivantes en détaillant les étapes.
   (a) $A = 9(d - 10) - 115d$
   (b) $B = -3n(9 + n) - n^2$
   (c) $C = -7a(-\sqrt{10} - 2a^2) - 10a^3 + \sqrt{10}a$
   (d) $D = \sqrt{3}(2x - \sqrt{3}) + 5\sqrt{3}x$
2. Montrer que l'expression littérale suivante vaut 0 pour tout nombre y.

$$A = 2\sqrt{3}y + 29 - \sqrt{3} \times (7y + \sqrt{3}) - 2\sqrt{169} + 5\sqrt{3}y$$

<u>Exercice 3</u> : (10 pts) *Racine carrée.*

1. Recopier sur la copie et compléter, si possible, les égalités suivantes.
   (a) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots} = 7$
   (b) $\sqrt{196} = \ldots$
   (c) $\sqrt{11^2} = \ldots$
   (d) $\sqrt{169}^2 = \ldots$
   (e) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots} = -9$.
   (f) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots^2} = 17$
   (g) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots^2} = \sqrt{15}$.
   (h) $\sqrt{\ldots\ldots\ldots - 13} = 13$
2. Recopier sur la copie puis donner le résultats des calculs suivants en valeur exacte en détaillant les étapes.
   (a) $A = 2\sqrt{7} - 9\sqrt{7} + 10\sqrt{7}$.
   (b) $B = 4 \times 2\sqrt{6} - 9\sqrt{6}$.
   (c) $C = (8\sqrt{10})^2$.
   (d) $D = 4\sqrt{5} \times 5\sqrt{5}$.
   (e) $E = (-3\sqrt{10})^2 - \sqrt{10} \times 3\sqrt{10}$
   (f) $F = -10\sqrt{13} + 15,5\sqrt{17} - 5,5\sqrt{13} + 30\sqrt{17}$.

Interrogation - Calcul littéral et racine.

<u>**Exercice 4**</u> : **(4 pts)** *Racine carrée plus difficile.*

On considère le produit suivant :

$$A = (6 - \sqrt{50}) \times (\sqrt{55} - 3)$$

Le but de l'exercice est de déterminer le signe de ce produit.

1. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\sqrt{50}$. **Justifier.**
2. En déduire que $6 - \sqrt{50}$ est un nombre négatif. **Justifier.**
3. En s'inspirant des questions précédentes, déterminer le signe du produit A.

<u>**Exercice 5**</u> : **(2 pts)** *Racine carrée plus difficile.*

On note le nombre $X = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$.

Question : Montrer que X^2 est un nombre entier. **Tout début convenable de réponse sera valorisé**

Indication : On donne les formules suivantes valables pour tout nombre a et b :

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \quad ; \quad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad ; \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$$

Sujet 2

Exercice 1 :

1) C'est le nombre dont le carré vaut 77,7.

2) Faux car une racine carrée est toujours positive.

3) COURS

4) COURS

5) $-7{,}2$ car tout nombre négatif n'a pas de racine carrée

Exercice 2 :

$A = 9(d-10) - 115d = 9\times d - 9\times 10 - 115d$

$= 9d - 90 - 115d$

$= \underline{-106d - 90}$

$B = -3n(9+n) - n^2 = -3n\times 9 + (-3n)\times n - n^2$

$= -27n - 3n^2 - n^2$

$= \underline{-2n^2 - 27n}$

$C = -7a(-\sqrt{10} - 2a^2) - 10a^3 + \sqrt{10}a$

$= -7a\times(-\sqrt{10}) - (-7a)\times 2a^2 - 10a^3 + \sqrt{10}a$

$= 7\sqrt{10}a + 14a^3 - 10a^3 + \sqrt{10}a$

$= \underline{4a^3 + 8\sqrt{10}a}.$

$D = \sqrt{3}(2x - \sqrt{3}) + 5\sqrt{3}x$
$= \sqrt{3} \times 2x - \sqrt{3} \times \sqrt{3} + 5\sqrt{3}x$
$= 2\sqrt{3}x - \sqrt{3}^2 + 5\sqrt{3}x$
$= \underline{7\sqrt{3}x - 3}$

2) Voir sujet 1.

Exercice 3 :

1) a) $\sqrt{49} = 7$
b) $\sqrt{196} = 14$
c) $\sqrt{11^2} = 11$
d) $\sqrt{169}^2 = 169$
e) Impossible
f) $\sqrt{17}^2 = 17$
g) $\sqrt{\sqrt{15}}^2 = \sqrt{15}$
h) $\sqrt{182 - 13} = 13$

2) $A = 2\sqrt{7} - 9\sqrt{7} + 10\sqrt{7}$
$= -7\sqrt{7} + 10\sqrt{7} = \underline{3\sqrt{7}}$.

$B = 4 \times 2\sqrt{6} - 9\sqrt{6} = 8\sqrt{6} - 9\sqrt{6} = \underline{-\sqrt{6}}$.

$C = (8\sqrt{10})^2 = 8\sqrt{10} \times 8\sqrt{10} = 8 \times \sqrt{10} \times 8 \times \sqrt{10}$
$= 8 \times 8 \times \sqrt{10} \times \sqrt{10}$
$= 8^2 \times \sqrt{10}^2 = 64 \times 10 = \underline{640}$.

$D = 4\sqrt{5} \times 5\sqrt{5}$

$= 4 \times 5 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 20 \times \sqrt{5}^2 = 20 \times 5 = \underline{100}$

$E = (-3\sqrt{10})^2 - \sqrt{10} \times 3\sqrt{10}$

$= -3\sqrt{10} \times (-3\sqrt{10}) - 3 \times \sqrt{10} \times \sqrt{10}$

$= -3 \times (-3) \times \sqrt{10} \times \sqrt{10} - 3(\sqrt{10})^2$

$= 9 \times \sqrt{10}^2 - 3 \times \sqrt{10}^2$

$= 9 \times 10 - 3 \times 10 = 90 - 30 = \underline{60}$.

$F = -10\sqrt{13} + 15{,}5\sqrt{17} - 5{,}5\sqrt{13} + 30\sqrt{17}$

$= \underline{-15{,}5\sqrt{13} + 45{,}5\sqrt{17}}$.

<u>Exercice 3 et 4</u> : Voir sujet 1.