Chapitre : triangles

SAVOIR-FAIRE À ACQUÉRIR

- ☐ Connaître l'inégalité triangulaire et savoir l'appliquer à la constructibilité d'un triangle.
- ☐ Savoir tracer un triangle en fonction des données.
- ☐ Connaître les triangles particuliers et leurs propriétés des angles.

Plan du cours

1 INÉGALITÉ TRIANGULAIRE

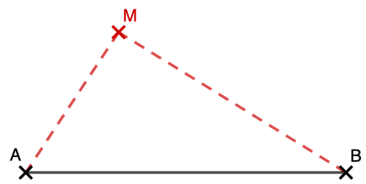
Introduction.

Quel est le plus court chemin en terme de distance entre deux points du plan ? . . . .
Ainsi, tout autre chemin entre ces deux points sera plus long (en distance). C'est ce qu'on appelle faire un détour ; on peut gagner du temps mais pas de la distance...

Mathématiquement, ce fait s'énonce par ce qu'on appelle **l'inégalité triangulaire.**

THÉORÈME. ***(Inégalité triangulaire)***

Soient trois points A, B et M quelconques. Alors on a toujours :



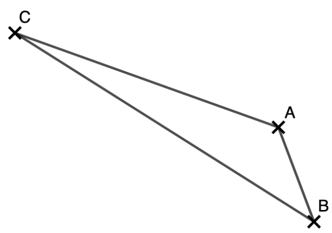
Application aux triangles.

Dans un triangle, l'inégalité triangulaire s'applique aux trois côtés et s'exprime ainsi :

. . . .

. . . .

Par exemple, dans le triangle ABC suivant, on a les 3 inégalités triangulaires



Remarque. Si un triangle ne vérifie pas l'une de ces trois inégalités triangulaires, il ne sera pas constructible.

Plus précisément, pour savoir si un triangle est constructible, il faut vérifier si le plus grand côté du triangle satisfait l'inégalité triangulaire.

Exemples : Dire si les triangles suivants sont constructibles grâce à l'inégalité triangulaire.

1. Le triangle EFG tel que EF $= 12$cm, FG $= 6$cm et EG $= 9$cm
2. Le triangle ABC tel que AB $= 3,4$cm, BC $= 4,2$cm et AC $= 7,4$cm.

2 Construction de triangles

Pour construire un triangle, il y a toujours besoin de **trois** informations (*tri*-angle). On va voir dans cette partie quelles sont les 3 possiblités.

2.1 Possibilité 1 : 3 côtés

On peut construire un triangle si l'on possède la ....

On va alors utiliser **le compas** pour construire ce triangle.

Remarque. Avant de se lancer dans la construction, il faut

1. Vérifier que le triangle est constructible avec l'inégalité triangulaire.
2. Faire un *schéma à main levée* pour avoir un ordre d'idée de l'aspect du triangle.

Exemples : Construire, si possible, les triangles suivants.

1. Le triangle CDG tel que CD$= 6,5$cm, DG$= 3,2$cm et CG$= 3,1$cm.
2. Le triangle EFD tel que EF $= 4,5$cm, FD $= 3$cm et ED$= 2$cm.
3. Le triangle LMN tel que AB $= 6,7$cm, BC $= 3,5$cm et AC $= 5$cm.

2.2 Possibilité 2 : 2 côtés et 1 angle

On peut construire un triangle si l'on possède la ....

....

On va alors utiliser **le compas** et **le rapporteur** pour construire ce triangle.

Remarque. Avant de se lancer dans la construction, il faut faire un schéma à main levée.

Méthode. Pour construire un tel triangle, il est conseillé de tracer un des deux côtés puis de placer l'angle en traçant le deuxième côté.

Exemples : Construire les triangles suivants.

1. Le triangle HIJ tel que HI = 5cm, IJ= $3,5$cm et $\widehat{HIJ} = 30°$.
2. Le triangle KLM tel KL = 3cm, KN = 5cm et $\widehat{LKN} = 103°$.

2.3 Possibilité 3 : 1 côté et 2 angles

On peut construire un triangle si l'on possède la ....

....

....

On va alors utiliser **le rapporteur** pour construire ce triangle.

Remarque. Avant de se lancer dans la construction, il faut vérifier que la somme des deux angles donnés soit inférieure à 180°, sinon le triangle n'est pas constructible.
Ensuite, il faut penser à faire un schéma à main levée...

Méthode. Pour construire un tel triangle, il faut d'abord tracer le segment donné puis placer le troisième sommet grâce aux deux angles.

Exemples : Construire, si possible, les triangles suivants.

1. Le triangle OPR tel que OP = 6cm, $\widehat{ROP} = 40°$ et $\widehat{RPO} = 50°$.
2. Le triangle STU tel $ST = 7$cm, $\widehat{UST} = 47°$ et $\widehat{LKN} = 45°$.

3 Angles et triangles

Le résultat principal sur la mesure des angles d'un triangle est le suivant :

PROPRIÉTÉ. ***(Angles d'un triangle)***

. . . .

<u>Exemples</u> : On considère un triangle dont deux angles mesurent $34,7°$ et $27,9°$. Combien mesure le dernier angle ?

. . . .

. . . .

Les angles des triangles particuliers vérifient quelques propriétés à savoir :

PROPRIÉTÉ. ***(Angles des triangles particuliers)***

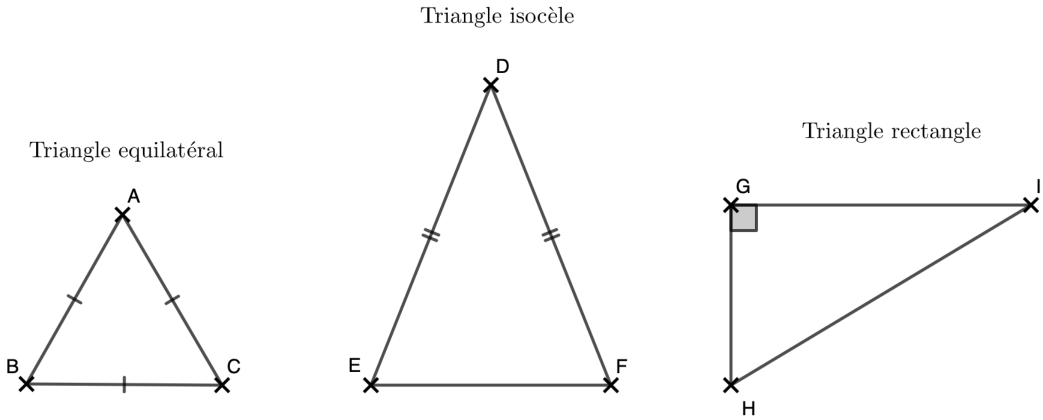
- **Triangle équilatèral** : . . . .

  . . . .
- **Triangle isocèle** : . . . .

  . . . .
- **Triangle rectangle** : . . . .

  . . . .

Schémas.



Remarque. Deux angles dont la somme des mesures fait $90°$ sont appelés des **angles complémentaires**.

<u>Exemples</u> : Tracer, si possible, les triangles suivants.

1. Le triangle équialtéral HJK tel que JK $= 4,7$cm
2. Le triangle PLM isocèle en P tel que PM $= 6,2$cm et $\widehat{PML} = 65°$.
3. Le triangle YBN rectangle en Y tel que YB$= 3,7$cm et $\widehat{YBN} = 32°$.
4. Le triangle isocèle ABC en A avec AC$=$ 5cm.